Устное собеседование по **УГЛУБЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ 2024** (9 класс)
для специализации «Математика и физика»

ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Мэр, прогуливаясь по улицам любимого города, обратил внимание, что на одной из улиц вдоль правой стороны припарковано 100 машин. Среди них — 30 красных, 20 желтых и 20 розовых мерседесов. Еще он обратил внимание, что никакие два мерседеса разного цвета не стоят рядом. Верно ли, что какие-то три мерседеса, стоящие подряд — одного цвета?

2. Гендальф попросил Фродо загадать шесть простых чисел и сказать ему на сколько наименьшее из загаданных отличается от остальных. Фродо сказал, что второе больше наименьшего на два, третье – на шесть, четвертое – на восемь, пятое – на двенадцать, шестое – на четырнадцать. Гендальф с уверенностью назвал все шесть загаданных чисел. Сможете ли сделать это Вы?

3. На прямой отмечено 2019 точек, лежащих вне отрезка AB. Докажите, что сумма расстояний от этих точек до точки A не равна сумме расстояний от этих точек до точки B.

4. Гном Балин решил развлечь своих друзей гномов. Он положил на стол 4 монеты и сказал, что среди них ровно одна фальшивая. Она отличается по весу от остальных. Балин предложил гномам угадать, какая монета фальшивая, при этом разрешил брать две группы монет и спрашивать у него, какая из них легче. В этом случае он будет говорить какая группа легче. В случае если же группы монет равны по весу, то Балин будет показывать на произвольную группу. У гномов есть всего три вопроса к Балину, чтобы выяснить, какая монета фальшивая. Смогут ли гномы угадать ее?

5. Э. Рубик написал на каждой грани куба по одному натуральному числу, а затем для каждой вершины вычислил произведение чисел на трёх примыкающих к ней гранях. Оказалось, что сумма восьми полученных чисел равна 1001. Чему может равняться сумма шести чисел, написанных на гранях куба?

6. Торин Дубощит пытается распределить 100 кусков золота массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 на 10 кучек разной массы. При этом он старается придерживаться условия: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней кусочков золота. Сможет ли Торин осуществить свой замысел?

7. В клубе любителей числа 2019 прошел чемпионат по шашкам. В какой-то момент финальной партии на доске 2019x2019 оказалось 2019 шашек. Более того, их расположение было симметрично относительно обеих главных диагоналей. Верно ли, что одна из шашек находится в центральной клетке доски?

8. Гарри и Рон сыграли 100 партий в волшебные шахматы. За победу давалось 11 очков, на ничью — каждому по n очков, где n — натуральное число, а за поражение — 0 очков. В итоге каждый набрал по 800 очков. При каких значениях n это возможно?

9. В выпуклом четырехугольнике ABCD стороны DA и BC продлили на свои длины за точки A и C. Получили точки P и Q. Оказалось, что диагональ BD пересекает отрезок PQ в его середине K. Пусть M — середина BD. Докажите, что AKCM — параллелограмм.

10. Лиза от скуки решила выписать по возрастанию все семизначные палиндромы, то есть числа, которые читаются одинаково слева направо и справа налево. Какое число Лиза запишет 2019-м?

11. Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 99 и состоит только из четных цифр.

12. Точка M — середина основания BC равнобедренного треугольника ABC. На стороне AB выбрана точка P, а на стороне AC — точка Q таким образом, что угол PMB равен углу QMC. Докажите, что BQ = CP.

13. В клетки таблицы 3x3 расставили 9 различных натуральных чисел так, что все шесть произведений по строкам и столбцам равны. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих чисел?

14. К пятизначному числу A сначала приписали цифру 1 слева, получив шестизначное число P, а потом приписали цифру 1 справа, получив шестизначное число Q. Оказалось, что Q = 3P. Чему может быть равно число A?

15. Квадрат разрезали 18 прямыми, из которых 9 параллельны одной стороне квадрата, а 9 — другой, на 100 прямоугольников. Оказалось, что ровно девять из них — квадраты. Докажите, что среди этих квадратов найдутся два равных между собой.

16. В таблице 3x3 расставлены числа так, что произведение чисел в каждой строке и каждом столбце равно 1, а произведение чисел в любом квадрате 2x2 равно 2. Какое число стоит в центре?

17. В трапеции ABCD точки M и N являются серединами оснований AB и CD соответственно. Точка P принадлежит отрезку MN. Докажите, что площади треугольников ADP и BCP равны.

18. Гирлянда состоит из 250 лампочек, замкнутых в круг. Изначально все лампочки включены. Разрешается либо переключить (включенную выключить, выключенную включить) любые 4 последовательные лампочки, либо взять 5 последовательных лампочек и переключить все, кроме средней. Можно ли таким образом выключить все лампочки?

19. На окружности расположены черные и белые точки, всего 40 точек. Известно, что ровно у 22 точек есть по крайней мере одна соседняя черная точка, а ровно у 30 точек есть по крайней мере одна соседняя белая точка. Сколько всего белых точек расположено на окружности?

20. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма ABCD как на диаметре, проходит через вершину B и середину стороны BC. Найдите углы параллелограмма ABCD.