

Устная олимпиада по геометрии Лицей НИУ ВШЭ

27 октября 2024

10-11 класс

1. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC , в котором провели высоту AD . Прямая BO пересекает окружность, описанную вокруг треугольника ABD , в точке P . Докажите, что прямая DP проходит через середину отрезка AC .
 2. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка X . Затем её отразили относительно середины стороны AC и получили точку Y . Точка Z на описанной окружности треугольника ABC такова, что прямые BX и BZ симметричны относительно биссектрисы $\angle ABC$. Докажите, что значение угла $\angle CZY$ не зависит от выбора точки X .
 3. На описанной окружности треугольника ABC взята точка D . Через ортоцентр H треугольника BCD провели прямую ℓ , перпендикулярную AD . Докажите, что ℓ проходит через точку, не зависящую от точки D .
 4. Вписанная и A -вневыписанная окружности треугольника ABC касаются стороны BC соответственно в точках X и Y . Пусть B_1 и C_1 — проекции соответственно точек B и C на биссектрису угла A , а K — основание высоты треугольника ABC , проведённой из вершины A . Докажите, что прямые AK , XC_1 , YB_1 пересекаются в одной точке.
-

Устная олимпиада по геометрии Лицей НИУ ВШЭ

27 октября 2024

10-11 класс

5. Точки M и N — соответственно середины пересекающихся в точке Q диагоналей AC и BD вписанного четырёхугольника $ABCD$. Прямые AB и CD пересекаются в точке P . Описанная окружность ω треугольника PMN вторично пересекает прямые AB и CD в точках X и Y . Докажите, что касательные к ω , проведённые через точки X и Y , пересекаются на прямой PQ .
6. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон BC, CA, AB соответственно в точках D, E, F . На прямых DE и DF взяты соответственно точки B_1 и C_1 таким образом, что $BB_1 = DB_1$ и $CC_1 = DC_1$. Прямая AD вторично пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке X . Найдите радиус описанной окружности треугольника B_1XC_1 , если $II_a = 1$, где I — центр вписанной окружности, а I_a — центр A -вневыписанной окружности треугольника ABC .