



**Профильный предмет**

**10 класс**

**Задание по УГЛУБЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ 2025 ДЕМО**

Максимальное количество баллов: 20

**1** (3 балла) Решите неравенство

$$\frac{25 + 30x - 54x^2}{\sqrt{1 - x^6}} \geq 0.$$

ИЛИ

Найдите все значения переменной  $x$ , при которых выражение

$$\frac{\sqrt{3 + x - |-x - 3|}}{\sqrt{x^2 - 6x + 7} - \sqrt{7 - x}}$$

не имеет смысла.

**2** (3 балла) Натуральное число называется палиндромом, если его десятичная запись одинаково читается слева направо и справа налево. Например, 12321, 12344321 – палиндромы. Найдите все четырехзначные палиндромы, делящиеся на 15.

ИЛИ

Мотоциклисты Айрат и Виталий ездят по круговой трассе по часовой стрелке, причём скорость Айрата больше скорости Виталия на 30 км/ч. В какой-то момент, одновременно проезжая мимо плаката «Жми на газ!», они оба увеличили свою скорость на 20 км/ч. В следующий раз после этого Айрат обогнал Виталия возле того же плаката, проехав с момента ускорения ровно 4 круга. Найдите скорости мотоциклистов до того, как они решили ускориться.

**3** (4 балла) Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ . Продолжения стороны  $CD$  за точку  $C$  и стороны  $AB$  за точку  $B$  пересекаются в точке  $N$ . Площадь треугольника  $ABD$  равна 2, площадь треугольника  $ABC$  равна 1,  $AB = BN$ . Диагонали  $BD$  и  $AC$  пересекаются в точке  $O$ .

- а) докажите, что  $BC$  — средняя линия треугольника  $AND$ ;
- б) найдите  $OD$ , если  $BO = 0,5$ .

ИЛИ

Высота трапеции  $ABCD$  равна 7. Длины оснований трапеции  $AD = 10$ ,  $BC = 8$ . Через точку  $E$ , лежащую на стороне  $CD$ , проведена прямая  $BE$ , которая пересекает диагональ  $AC$  в точке  $O$  так, что  $AO:OC=5:2$ .

- а) Докажите, что  $CE : CD = 4 : 9$ .
- б) Найдите площадь треугольника  $OEC$ .

**4** (5 баллов) На координатной плоскости  $Oxy$  фигура задана системой неравенств:

$$\begin{cases} (|x| - 4)(y - x + 8) \leq 0, \\ y^2 + x^2 \leq 8|x|. \end{cases}$$

Изобразите эту фигуру и вычислите её площадь.

ИЛИ

Дана функция  $f(x) = |x + 2| + |2x - 6| - 8$ . Изобразите на координатной плоскости графики функций  $y = f(x)$  и  $y = 7 - |x - t|$ , где  $t$  — наименьшее значение функции  $f(x)$ . Вычислите площадь многоугольника, ограниченного данными графиками.

**5** (5 баллов) Найдите все такие значения параметра  $a$ , для каждого из которых множество решений уравнения

$$\frac{\sqrt{x^2 + 2ax + a^2} + \sqrt{x^2 - 6ax + 9a^2} - 4a}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$$

есть отрезок.

ИЛИ

При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{x^2 - 4a^2}{|x| + 2a} + \frac{x}{\sqrt{x^2}} + \frac{(\sqrt{x - a})^2}{x - a} = 0$$

имеет решения? В ответе укажите полученные значения  $a$  и соответствующие им решения.