



Профильный предмет
10 класс

Задание по УГЛУБЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ 2025 ДЕМО
Максимальное количество баллов: 20

1 (3 балла) Решите неравенство

$$\frac{25 + 30x - 54x^2}{\sqrt{1 - x^6}} \geq 0.$$

ИЛИ

Найдите все значения переменной x , при которых выражение

$$\frac{\sqrt{3 + x - | -x - 3 |}}{\sqrt{x^2 - 6x + 7} - \sqrt{7 - x}}$$

не имеет смысла.

2 (3 балла) Натуральное число называется палиндромом, если его десятичная запись одинаково читается слева направо и справа налево. Например, 12321, 12344321 – палиндромы. Найдите все четырехзначные палиндромы, делящиеся на 15.

ИЛИ

Мотоциклисты Айрат и Виталий ездят по круговой трассе по часовой стрелке, причём скорость Айрата больше скорости Виталия на 30 км/ч. В какой-то момент, одновременно проезжая мимо плаката «Жми на газ!», они оба увеличили свою скорость на 20 км/ч. В следующий раз после этого Айрат обогнал Виталия возле того же плаката, проехав с момента ускорения ровно 4 круга. Найдите скорости мотоциклистов до того, как они решили ускориться.

3 (4 балла) Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Продолжения стороны CD за точку C и стороны AB за точку B пересекаются в точке N . Площадь треугольника ABD равна 2, площадь треугольника ABC равна 1, $AB = BN$. Диагонали BD и AC пересекаются в точке O .

- а) докажите, что BC — средняя линия треугольника AND ;
- б) найдите OD , если $BO = 0,5$.

ИЛИ

Высота трапеции $ABCD$ равна 7. Длины оснований трапеции $AD = 10$, $BC = 8$. Через точку E , лежащую на стороне CD , проведена прямая BE , которая пересекает диагональ AC в точке O так, что $AO:OC=5:2$.

- а) Докажите, что $CE : CD = 4 : 9$.
- б) Найдите площадь треугольника OEC .

4 (5 баллов) На координатной плоскости Oxy фигура задана системой неравенств:

$$\begin{cases} (|x| - 4)(y - x + 8) \leq 0, \\ y^2 + x^2 \leq 8|x|. \end{cases}$$

Изобразите эту фигуру и вычислите её площадь.

ИЛИ

Дана функция $f(x) = |x + 2| + |2x - 6| - 8$. Изобразите на координатной плоскости графики функций $y = f(x)$ и $y = 7 - |x - t|$, где t — наименьшее значение функции $f(x)$. Вычислите площадь многоугольника, ограниченного данными графиками.

5 (5 баллов) Найдите все такие значения параметра a , для каждого из которых множество решений уравнения

$$\frac{\sqrt{x^2 + 2ax + a^2} + \sqrt{x^2 - 6ax + 9a^2} - 4a}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$$

есть отрезок.

ИЛИ

При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - 4a^2}{|x| + 2a} + \frac{x}{\sqrt{x^2}} + \frac{(\sqrt{x - a})^2}{x - a} = 0$$

имеет решения? В ответе укажите полученные значения a и соответствующие им решения.