|  |  |
| --- | --- |
| Национальный  исследовательский университет  «Высшая школа экономики»  **Лицей** | **Приложение 544**  УТВЕРЖДЕНО  педагогическим советом  Лицея НИУ ВШЭ  протокол № 10 от 26.04.2023 |

Рабочая программа по учебному предмету (курсу)

«Математический анализ»

10-11 класс

Автор:

Чистяков Д.С.

1. **Планируемые результаты освоения учебного курса**

Федеральный государственный образовательный стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы:

**личностным**, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, антикоррупционное мировоззрение, правосознание, экологическую культуру, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской гражданской идентичности в поликультурном социуме;

**метапредметным**, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

**предметным**, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

**Личностные результаты**

1) учащийся умеет самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) учащийся умеет продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности;

3) учащийся владеет навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способностью и готовностью к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) учащийся готов и способен к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) учащийся владеет языковыми средствами – умеет ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использует адекватные языковые средства.

**Метапредметные результаты**

1) учащийся умеет самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

## 2) учащийся умеет продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) учащийся владеет навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) учащийся демонстрирует готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) учащийся умеет использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) учащийся умеет самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

7) учащийся владеет языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

8) учащийся владеет навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

**Предметные результаты**

1) владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

2) умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

3) умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

4) умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

5) умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

6) умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

7) умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

8) умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

9) умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

10) умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

11) умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

12) умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

13) умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

14) умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

15) умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

16)умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;

17) умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

18) умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

19) умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;

20) умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

21) умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

22) умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

**2. Содержание учебного курса (курса)**

Числовые множества

Множество. Элемент множества. Пустое множество. Пересечение и объединение множеств. Подмножество. Конечные и бесконечные множества. Число элементов объединения и пересечения двух конечных множеств. Числовые промежутки. Принцип Дирихле.

Взаимно–однозначные отображения множеств. Понятие мощности множества. Сравнение мощностей множеств. Теорема Кантора–Бернштейна. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетные множества. Несчетность отрезка.

Ограниченные и неограниченные множества. Минимальные и максимальные элементы множества. Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани. Открытые и замкнутые множества.

Пределы последовательностей

Понятие последовательности. Определение предела последовательности. Арифметические действия над сходящимися последовательностями

Предел монотонной последовательности.

Число е. Подпоследовательности

Предел и непрерывность функции

Понятие предела функции. Два определения предела функции и их эквивалентность. Вычисление предела с помощью теорем об арифметических действиях с пределами

Замечательные пределы. Асимптоты

Порядок малости. Шкала бесконечно малых

Определение непрерывности

Теоремы о промежуточном значении

Теорема Вейерштрасса

Производная и ее применения

Понятие производной. Производная как скорость

Производные некоторых элементарных функций

Задача о касательной. Уравнение касательной

Производная произведения, частного, композиции функций

Исследование функции с помощью производной

«Французские» теоремы

РЯД ТЕЙЛОРА

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора. Ряд Тейлора для элементарных функций. Различные способы оценки остаточного члена. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.

Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Линейные уравнения первого порядка.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Понятие функции многих переменных. Пределы функции нескольких переменных.

Частные производные. Полный дифференциал и его применение.

Неявные функции и их дифференцирование.

Поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции двух переменных.

Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.

1. **Тематическое планирование**

**10 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тема** | **Количество часов** | **Основные виды деятельности** |
| Числовые множества | 8 | Лекция. Решение задач |
| Пределы последовательностей | 20 | Лекция. Решение задач |
| Предел и непрерывность функции | 14 | Лекция. Решение задач |
| Производная и ее применения | 26 | Лекция. Решение задач |
| **Итого** | **68** |  |

**11 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тема** | **Количество часов** | **Основные виды деятельности** |
| Ряд Тейлора | 16 | Лекция. Решение задач |
| Дифференциальные уравнения | 16 | Лекция. Решение задач |
| Функции нескольких переменных | 16 | Лекция. Решение задач |
| Повторение | 20 | Лекция. Решение задач |
| **Итого** | **68** |  |

В воспитании обучающихся приоритетом является создание благоприятных условий для приобретения обучающимися опыта осуществления социально значимых дел:

— опыт дел, направленных на заботу о своей семье, родных и близких;

— трудовой опыт, опыт участия в производственной практике;

— опыт дел, направленных на пользу своему родному городу или селу, стране в целом, опыт деятельного выражения собственной гражданской позиции;

— опыт природоохранных дел;

— опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в школе, дома или на улице;

— опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;

— опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения;

— опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;

— опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;

— опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

Выделение данного приоритета связано с особенностями обучающихся юношеского возраста: с их потребностью в жизненном самоопределении, в выборе дальнейшего жизненного пути, который открывается перед ними на пороге самостоятельной взрослой жизни.

**Дополнительные материалы**

**Описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса:**

1. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – 7-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2023.
2. Алгебра и начала математического анализа: 11 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – 7-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2023.
3. Геометрия: 10 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. – 7-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2023.
4. Геометрия: 11 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. – 7-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2023.
5. Геометрия: 10 – 11-е классы: базовый и углубленный уровни: учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 11-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2023.