|  |  |
| --- | --- |
| Национальный  исследовательский университет  «Высшая школа экономики»  **Лицей** | **Приложение 637**  УТВЕРЖДЕНО  педагогическим советом  Лицея НИУ ВШЭ  протокол № 13 от 21.06.2024 |

Рабочая программа по учебному предмету (курсу)

«Математический анализ»

Направление «Экономика и математика»

10-11 класс

Автор:

А.Ф. Салимова

1. **Планируемые результаты освоения учебного курса**

Федеральный государственный образовательный стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы:

**личностным**, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, антикоррупционное мировоззрение, правосознание, экологическую культуру, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской гражданской идентичности в поликультурном социуме;

**метапредметным**, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

**предметным**, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

**Личностные результаты**

1) учащийся умеет самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) учащийся умеет продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности;

3) учащийся владеет навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способностью и готовностью к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) учащийся готов и способен к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) учащийся владеет языковыми средствами – умеет ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использует адекватные языковые средства.

**Метапредметные результаты**

1) учащийся умеет самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

## 2) учащийся умеет продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) учащийся владеет навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) учащийся демонстрирует готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) учащийся умеет использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) учащийся умеет самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

7) учащийся владеет языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

8) учащийся владеет навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

**Предметные результаты**

1) владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

2) умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

3) умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

4) умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

5) умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

6) умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

7) умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

8) умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

9) умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

10) умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

11) умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

12) умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

13) умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

14) умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

15) умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

16)умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;

17) умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

18) умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

19) умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;

20) умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

21) умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

22) умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

**2. Содержание учебного курса (курса)**

**Предел и непрерывность функции**

Понятие предела функции на бесконечности и в точке. Вычисление предела с помощью теорем об арифметических действиях с пределами.

Замечательные пределы. Асимптоты графика функции. Теоремы о пределах.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их свойства. Сравнение бесконечно малых.

Первый замечательный предел. Следствия. Второй замечательный предел. Число е. Следствия. Вычисление пределов с помощью асимптотических формул.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

**Производная и ее применения**

Понятие производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Вывод табличных формул дифференцирования. Правила дифференцирования. Производная суммы, произведения, частного функций. Производная композиции функций. Производная обратной функции.

Дифференциал и его применения. Уравнение касательной к графику функции в точке. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

Точки экстремума функции. Необходимое условие точки экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие монотонности функции. Достаточное условие точки экстремума.

Повторное дифференцирование. Выпуклые функции. Достаточное условие выпуклости функции.

Исследование функции и построение ее графика с помощью производной.

Формула Тейлора. Оценка остатка. Представления функций с помощью формулы Тейлора.

**Неопределенный и определенный интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Их свойства. Таблица первообразных. Правила интегрирования. Интегрирование с помощью внесения множителя под знак дифференциала. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Определение определенного интеграла. Криволинейная трапеция. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Площадь плоской фигуры. Объем тела вращения.

**Функции нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции нескольких переменных. Предел непрерывность функции нескольких переменных в точке.

Частные производные. Полный дифференциал и его применение. Дифференцирование сложной функции.

Неявные функции и их дифференцирование.

Поверхности. Градиент и производная по направлению вектора. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Локальный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных на множестве.

**Дифференциальные уравнения**

Дифференциальные уравнения. Понятие решения дифференциального уравнения. Интегральная кривая. Постановка задачи Коши.

Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка. Метод Бернулли. Уравнения Бернулли. Метод вариации произвольной постоянной.

**Ряды**

Числовые ряды. Определение сходимости. Понятие суммы ряда. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости для рядов с неотрицательными членами (признак сравнения в форме неравенства, признак сравнения в форме предела, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).

Абсолютная и условная сходимость знакопеременного числового ряда. Теорема Лейбница. Признак Вейерштрасса.

Функциональные ряды. Область определения. Поточечная сходимость функционального ряда. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Разложение функций в степенные ряды.

1. **Тематическое планирование**

**10 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тема** | **Количество часов** | **Основные виды деятельности** |
| Предел и непрерывность функции | 10 | Лекция. Решение задач |
| Производная и ее применения | 26 | Лекция. Решение задач |
| Неопределенный и определенный интеграл | 16 | Лекция. Решение задач |
| Функции нескольких переменных | 16 | Лекция. Решение задач |
| **Итого** | **68** |  |

**11 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тема** | **Количество часов** | **Основные виды деятельности** |
| Повторение | 6 | Лекция. Решение задач |
| Дифференциальные уравнения | 26 | Лекция. Решение задач |
| Ряды | 26 | Лекция. Решение задач |
| Повторение | 10 | Лекция. Решение задач |
| **Итого** | **68** |  |

В воспитании обучающихся приоритетом является создание благоприятных условий для приобретения обучающимися опыта осуществления социально значимых дел:

— опыт дел, направленных на заботу о своей семье, родных и близких;

— трудовой опыт, опыт участия в производственной практике;

— опыт дел, направленных на пользу своему родному городу или селу, стране в целом, опыт деятельного выражения собственной гражданской позиции;

— опыт природоохранных дел;

— опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в школе, дома или на улице;

— опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;

— опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения;

— опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;

— опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;

— опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

Выделение данного приоритета связано с особенностями обучающихся юношеского возраста: с их потребностью в жизненном самоопределении, в выборе дальнейшего жизненного пути, который открывается перед ними на пороге самостоятельной взрослой жизни.

**Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательной деятельности**

**Базовыми учебниками учебного курса являются:**

1. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
2. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
3. Математика. Геометрия. 10 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
4. Математика. Геометрия. 11 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.

**Дополнительная литература:**

1. Вероятность и статистика. 7-9 классы : учебник / И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко. В 2-ч частях. – М. : Просвещение, 2023.
2. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник : углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2018.
3. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник : углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2018.
4. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М.: Физматлит, 2007.
5. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М.: Физматлит, 2007.
6. Иванов О.А. Практикум по элементарной математике: Алгебро-аналитические методы. Учеб. пособие. М.: МЦНМО, 2001.
7. Кравцев C.В., Макаров Ю.Л., Максимов М.И. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Экзамен, 2001.
8. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. Справочник. М.: Факториал, 1997.
9. Олехник С.Н., Потапов М.К., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справочное пособие. Изд. 3-е, стер. М.: Физматлит, 2003.
10. Сергеев И.Н. Математика: задачи с ответами и решениями. М.: КДУ, 2013.
11. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для старшеклассников и абитуриентов. Ч. 1. М.: МГУ, 2010.
12. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. Ч. 2. М.: МГУ, 2010.

**Развитие у обучающихся компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий**

Технологии, формы организации учебной деятельности, промежуточного и итогового контроля в рамках учебного предмета «Математика» направлены на формирование и развитие у обучающихся спектра компетенций в области использования ИКТ, среди которых особенно выделены навыки:

* поиска и сбора информации из открытых источников, включающих в себя поисковые системы, электронные ресурсы библиотечных фондов (в том числе Библиотеки НИУ ВШЭ), с учётом наиболее эффективных стратегий поиска, сбора и отсеивания информации;
* использования современных мультимедийных средств для выполнения и представления результатов самостоятельной и групповой работы;
* оформления цитирования и библиографического описания используемых в письменных работах источников в соответствии с требованиями ГОСТ и стандартами академической этики.