|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Национальный**  **исследовательский университет**  **«Высшая школа экономики»**  **Лицей** | | **Приложение 636**  УТВЕРЖДЕНО  педагогическим советом  Лицея НИУ ВШЭ  протокол № 13 от 21.06.2024 | |
|  | |  | |

Рабочая программа учебного предмета (курса)

«Математика» (углубленный уровень)

Направление «Математика и физика»

10-11 класс

Автор:

А.Ф. Салимова

1. **Планируемые результаты освоения учебного предмета (курса)**

**Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения учебного предмета**

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (10-11 кл.) освоение учебного предмета «Математика» предполагает достижение личностных, метапредметных и предметных результатов.

Личностные результаты освоения учебного предмета включают в себя:

* умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
* использование приобретенных знаний и умений в практиче­ской деятельности и повседневной жизни для решения практических задач, связанных с жизненными ситуа­циями; совершенствования собственной познавательной деятельно­сти;
* владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.
* готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
* владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
* умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
* владение языковыми средствами, умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использование адекватных языковых средств.

Метапредметные результаты освоения учебного предмета включают в себя:

* владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических и аналитических задач;
* готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
* умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности.

Предметные результаты освоения учебного предмета включают в себя:

* владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
* умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
* умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
* умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
* умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
* умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
* умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;
* умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
* умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
* умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;
* умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;
* умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;
* умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;
* умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
* умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;
* умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;
* умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;
* умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;
* умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;
* умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;
* умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;
* умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;
* умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
* умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;
* умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;
* умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;
* умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;
* умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;
* умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;
* умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;
* умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
* умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;
* умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;
* умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;
* умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2x2 и 3x3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя;
* умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;
* умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

1. **Содержание учебного предмета «Алгебра»**

**Тема 1. Многочлены**. **Рациональные уравнения и неравенства**

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. Уравнения, приводящиеся к квадратным, теоремы Виета. Системы и совокупности уравнений; линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметром; рациональные уравнения высших степеней; уравнения и неравенства с двумя переменными; построение фигур на координатной плоскости, заданных уравнениями и неравенствами. Рациональные неравенства. Метод интервалов.

**Тема 2. Функции. Основные понятия**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Линейная и дробно-линейная функции и их графики. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

**Тема 3. Корень. Степень. Логарифм**

Понятие корня n-ной степени из действительного числа. Функции, их свойства и графики. Свойства корня n-ной степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Иррациональные уравнения и неравенства. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики. Понятие логарифма. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Свойства логарифмов.

**Тема 4. Тригонометрия**

Единичная окружность. Понятие обобщенного угла. Тригонометрические функции углового и числового аргумента.

Формулы сложения, приведения, двойного, тройного и половинного аргумента. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведение в сумму.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой *y=x*, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения, метод введения дополнительного угла, метод универсальной подстановки. Применение свойств функций для решения уравнений и неравенств.

**Тема 5. Производная и ее применения**

Понятие предела функции на бесконечности и в точке. Различные способы снятия неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы. Понятие вертикальной, горизонтальной, наклонной асимптот.

Производная функции в точке. Геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Вывод табличных формул. Правила и техника дифференцирования. Необходимые и достаточные условия точки экстремума. Достаточные условия монотонности функции. Точки перегиба графика функции. Промежутки выпуклости.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Исследование и построение графиков функций.

**Тема 6. Показательная функция**

Показательная функция. Ее график и свойства. Решение показательных уравнений и неравенств. Задачи с параметрами, содержащие показательные выражения.

**Тема 7. Логарифмическая функция**

Логарифмическая функция. Ее график и свойства. Решение логарифмических уравнений и неравенств. Задачи с параметрами, содержащие логарифмические выражения.

**Тема 8. Первообразная. Неопределенный интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Техника интегрирования. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций.

**Тема 9. Определенный интеграл**

Определенный интеграл, его вычисления и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тел вращения. Примеры применения интеграла в физике.

**Тема 10. Уравнения и неравенства**

Равносильность уравнений. Общие методы решений уравнений. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. Решение рациональных неравенств с одной переменной. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. Диофантовы уравнения. Системы уравнений. Уравнения и неравенства с параметром.

**Тема 11. Комплексные числа**

Понятие комплексного числа как упорядоченной пары двух действительных чисел. Геометрическое толкование. Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел. Операция сопряжения. Деление комплексных чисел. Различные формы записи комплексных чисел: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Формула Эйлера. Возведение комплексных чисел в натуральную степень. Извлечение корня *n*-ой степени из комплексного числа. Формула Муавра.

Корни многочлена. Основная теорема алгебры. Свойство комплексных корней многочлена.

Применение комплексных чисел.

1. **Содержание учебного предмета «Геометрия»**

**Тема 1. Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. Основные понятия. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Способы задания плоскости.

Техника выполнения простейших стереометрических чертежей. Решение задач. Построение сечений многогранников.

**Тема 2. Взаимное расположение прямых в пространстве**

Прямые в пространстве. Классификация взаимного расположения прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых

Параллельные и пересекающиеся прямые в пространстве. Признак параллельности прямых.

Угол между лучами. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярные прямые. Углы с сонаправленными сторонами.

Угол между прямыми в пространстве.

**Тема 3. Параллельность в пространстве**

Прямая и плоскость в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

Параллельность плоскостей. Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей. Пространственная теорема Фалеса.

Призма, параллелепипед. Построение сечений с использованием теорем о параллельности плоскостей.

Преобразование фигур в пространстве. Параллельное проектирование и его свойства. Изображения плоских и пространственных фигур.

**Тема 4. Перпендикулярность прямой и плоскости**

Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Расстояния в пространстве. Расстояние о точки до прямой, от точки до плоскости, между прямой, параллельной плоскости, между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Ортогональное проектирование, его свойства.

**Тема 5. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями**

Угол между прямой и плоскостью. Методы нахождения угла между прямой и плоскостью. Двугранные углы. Угол между двумя плоскостями. Двугранный угол и его измерение. Методы нахождения двугранных углов и углов между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей. Свойства перпендикулярных плоскостей. Площадь ортогональной проекции многоугольника.

**Тема 6. Многогранники**

Многогранники. Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область.

Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлерова характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника.

Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. Понятие объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равносоставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

**Тема 7. Призма и параллелепипед**

Призма и параллелепипед. Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, рёбер, граней, диагоналей у *n*–угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей.

Формулы вычисления объёмов прямой и наклонной призм (без доказательств).

Параллелепипед. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда (без доказательства).

Построение сечений призм и параллелепипедов различными методами.

**Тема 8. Пирамида**

Пирамида. Определение пирамиды и её элементов. Количество вершин, рёбер и граней n-угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид.

Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Правильная пирамида и её свойства. Апофема правильной пирамиды. Формула вычисления боковой и полной поверхности пирамиды.

Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной усеченной пирамиды. Объем пирамиды и формулы его вычисления (без доказательств).

Тетраэдр. Об объёме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней.

Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр. Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания.

Формула вычисления объема тетраэдра через длины двух скрещивающихся ребер. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы.

Построение сечений пирамиды различными методами.

**Тема 9. Трехгранные и многогранные углы**

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, рёбра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трёхгранный угол.

Теорема о плоских углах трёхгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трёхгранного угла.

**Тема 10. Векторы и координаты в пространстве**

Понятие вектора. Действия над векторами. Коллинеарные векторы.

Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Понятие базиса в пространстве.

Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. Координаты вектора. Длина вектора.

Векторный метод в стереометрии.

Прямоугольная система координат в пространстве. Определения векторного и смешанного произведений, их геометрический смысл.

Алгебраические свойства смешанного и векторного произведений. Координатная формула векторного произведения. Координатное представление смешанного произведения. Сложные произведения векторов.

Тригонометрия триэдра. Теорема Менелая для триэдра. Теорема Чевы для триэдра.

Выражение косинуса угла между противоположными ребрами тетраэдра через косинусы и синусы его двугранных углов.

Элементы аналитической геометрии в пространстве. Решение задач с помощью метода координат.

**Тема 11. Преобразования плоскости и преобразования пространства**

Преобразования плоскости и пространства. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

Движения плоскости и пространства. Общие свойства движений. Композиция движений. Общие свойства движений. О движениях первого и второго рода в пространстве. Равенство фигур на плоскости и в пространстве.

Центральная симметрия плоскости и пространства. Симметрия относительно прямой. Симметрия относительно плоскости. Симметрия относительно прямой и плоскости в координатной форме. Симметрия относительно плоскости как движение пространства.

Параллельный перенос. Скользящая симметрия. Параллельный перенос в координатах. Свойства параллельного переноса.

Поворот вокруг точки. Поворот вокруг оси. Осевая симметрия. Зеркальный поворот. Винтовое движение.

Взаимосвязь различных движений плоскости и пространства. Композиция двух симметрии относительно плоскости. Виды движений пространства.

Гомотетия и подобие пространства. Формулы и свойства гомотетии плоскости и пространства.

Подобие плоскости и пространства. Разложение подобия в композицию гомотетии и движения.

**Тема 12. Тела вращения**

Поверхность вращения. Тело вращения. Цилиндр. Свойства цилиндра. Развертка и площадь поверхности цилиндра.

Призмы, вписанные в цилиндр и описанные около цилиндра. Объем цилиндра.

Определение конуса и его элементов. Сечения конуса. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка и площадь поверхности конуса. Свойства параллельных сечений конуса.

Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды.

Усеченный конус. Поверхность усеченного конуса. Объем конуса и усеченного конуса.

Шар и сфера. Определение шара, сферы и их элементов. Изображение сферы. Уравнение сферы. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару.

Вписанные и описанные шары и сферы.

Площади поверхностей шара и его частей. Объем шара и шарового сегмента. Объем шарового сектора. Объем шарового слоя и шарового кольца. Радикальная плоскость, радикальная ось и радикальный центр.

Инверсия плоскости относительно окружности. Инверсия пространства относительно сферы.

**Тема 13. Объем тела**

Вывод формулы Ньютона–Симпсона. Объем пирамиды и усеченной пирамиды.

Вычисление объемов многогранников. Объем клина.

Принцип Кавальери. Сущность принципа Кавальери. Нахождение объема шара и шарового сегмента с помощью принципа Кавальери.

Объем тела вращения. Объем тора. Лемма о площади поверхности, образованной вращением отрезка. Объем тела вращения треугольника. Объем тела вращения центрально-симметричной фигуры. Эквивалентная замена вращающейся фигуры. Замена оси вращения.

**Тема 14. Комбинации многогранников и тел вращения**

Решение задач на комбинации многогранников и тел вращения.

1. **Содержание учебного предмета «Вероятность и статистика»**

**Тема 1. Элементы комбинаторики**

Комбинаторное правило умножения. Размещения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

**Тема 2. Вероятности случайных событий**

Случайные опыты и элементарные события. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Противоположные события. Диаграммы Эйлера-Венна. Объединение событий. Пересечение событий. Несовместные события. Правило сложения вероятностей для несовместных событий. Формула сложения вероятностей. Случайный выбор, независимые события. Умножение вероятностей. Условная вероятность. Формула Байеса. Формула полной вероятности. Геометрическая вероятность. Применение комбинаторики для решения вероятностных задач. Формула Бернулли.

**Тема 3. Случайные величины**

Примеры случайных величин. Распределение вероятностей случайной величины. Биномиальное распределение.

Математическое ожидание случайной величины, свойства математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение, свойства дисперсии.

Математическое ожидание и дисперсия в схеме Бернулли.

**Тема 4. Элементы статистики**

Статистические методы обработки информации. Нормальное распределение случайной величины. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

**5. Тематическое планирование учебного предмета «Алгебра» 10-11 классы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № темы | Тематическое содержание курса | Количество  аудиторных часов | Основные виды деятельности |
| 1. | Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства | 16 | Лекция. Решение задач |
| 2. | Функции. Основные понятия | 24 | Лекция. Решение задач |
| 3. | Корень. Степень. Логарифм | 26 | Лекция. Решение задач |
| 4. | Тригонометрия | 40 | Лекция. Решение задач |
| 5. | Производная и ее применения | 30 | Лекция. Решение задач |
| 6. | Показательная функция | 20 | Лекция. Решение задач |
| 7. | Логарифмическая функция | 26 | Лекция. Решение задач |
| 8. | Первообразная. Неопределенный интеграл | 8 | Лекция. Решение задач |
| 9. | Определенный интеграл | 16 | Лекция. Решение задач |
| 10. | Уравнения и неравенства | 50 | Лекция. Решение задач |
| 11. | Комплексные числа | 16 | Лекция. Решение задач |
|  | **Итого** | **272** |  |

**6. Тематическое планирование учебного предмета «Геометрия» 10-11 клвссы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № темы | Тематическое содержание курса | Количество  аудиторных часов | Основные виды деятельности |
| 1. | Введение в стереометрию | 6 | Лекция. Решение задач |
| 2. | Взаимное расположение прямых в пространстве | 10 | Лекция. Решение задач |
| 3. | Параллельность в пространстве | 14 | Лекция. Решение задач |
| 4. | Перпендикулярность прямой и плоскости | 18 | Лекция. Решение задач |
| 5. | Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями | 18 | Лекция. Решение задач |
| 6. | Многогранники | 6 | Лекция. Решение задач |
| 7. | Призма и параллелепипед | 20 | Лекция. Решение задач |
| 8. | Пирамида | 26 | Лекция. Решение задач |
| 9. | Трехгранные и многогранные углы | 18 | Лекция. Решение задач |
| 10. | Векторы и координаты в пространстве | 40 | Лекция. Решение задач |
| 11. | Преобразования плоскости и преобразования пространства | 20 | Лекция. Решение задач |
| 12. | Тела вращения | 32 | Лекция. Решение задач |
| 13. | Объем тела | 24 | Лекция. Решение задач |
| 14. | Комбинации многогранников и тел вращения | 20 | Лекция. Решение задач |
|  | **Итого** | **272** |  |

**7. Тематическое планирование учебного предмета «Вероятность и статистика» 10-11 классы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № темы | Тематическое содержание курса | Количество  аудиторных часов | Основные виды деятельности |
| 1. | Элементы комбинаторики | 18 | Лекция. Решение задач |
| 2. | Вероятности случайных событий | 16 | Лекция. Решение задач |
| 3. | Случайные величины | 20 | Лекция. Решение задач |
| 4. | Элементы статистики | 14 | Лекция. Решение задач |
|  | **Итого** | **68** |  |

В воспитании обучающихся приоритетом является создание благоприятных условий для приобретения обучающимися опыта осуществления социально значимых дел:

— опыт дел, направленных на заботу о своей семье, родных и близких;

— трудовой опыт, опыт участия в производственной практике;

— опыт дел, направленных на пользу своему родному городу или селу, стране в целом, опыт деятельного выражения собственной гражданской позиции;

— опыт природоохранных дел;

— опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в школе, дома или на улице;

— опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;

— опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения;

— опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;

— опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;

— опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

Выделение данного приоритета связано с особенностями обучающихся юношеского возраста: с их потребностью в жизненном самоопределении, в выборе дальнейшего жизненного пути, который открывается перед ними на пороге самостоятельной взрослой жизни.

**Дополнительные материалы**

**Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательной деятельности**

**Базовыми учебниками учебного курса являются:**

1. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
2. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
3. Математика. Геометрия. 10 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
4. Математика. Геометрия. 11 класс : учебник : углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – М. : Просвещение, 2023.
5. Вероятность и статистика. 7-9 классы : учебник / И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко. В 2-ч частях. – М. : Просвещение, 2023.
6. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник : углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2018.
7. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник : углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2018.
8. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М.: Физматлит, 2007.
9. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М.: Физматлит, 2007.
10. Иванов О.А. Практикум по элементарной математике: Алгебро-аналитические методы. Учеб. пособие. М.: МЦНМО, 2001.
11. Кравцев C.В., Макаров Ю.Л., Максимов М.И. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Экзамен, 2001.
12. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. Справочник. М.: Факториал, 1997.
13. Олехник С.Н., Потапов М.К., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справочное пособие. Изд. 3-е, стер. М.: Физматлит, 2003.
14. Сергеев И.Н. Математика: задачи с ответами и решениями. М.: КДУ, 2013.
15. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для старшеклассников и абитуриентов. Ч. 1. М.: МГУ, 2010.
16. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. Ч. 2. М.: МГУ, 2010.

**Развитие у обучающихся компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий**

Технологии, формы организации учебной деятельности, промежуточного и итогового контроля в рамках учебного предмета «Математика» направлены на формирование и развитие у обучающихся спектра компетенций в области использования ИКТ, среди которых особенно выделены навыки:

* поиска и сбора информации из открытых источников, включающих в себя поисковые системы, электронные ресурсы библиотечных фондов (в том числе Библиотеки НИУ ВШЭ), с учётом наиболее эффективных стратегий поиска, сбора и отсеивания информации;
* использования современных мультимедийных средств для выполнения и представления результатов самостоятельной и групповой работы;
* оформления цитирования и библиографического описания используемых в письменных работах источников в соответствии с требованиями ГОСТ и стандартами академической этики.