|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Национальный**  **исследовательский университет**  **«Высшая школа экономики»**  **Лицей** | | **Приложение 627**  УТВЕРЖДЕНО  педагогическим советом  Лицея НИУ ВШЭ  протокол № 13 от 21.06.2024 | |
|  | |  | |

Рабочая программа по учебному предмету (курсу)

«Математический анализ»

Специализация «Математика и физика»

8 – 9 класс

Автор:

А.Ф. Салимова

1. **Планируемые результаты освоения учебного предмета (курса)**

Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения учебного предмета

Федеральный государственный образовательный стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования:

1. личностным, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, социальные компетенции, правосознание, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме;
2. метапредметным, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории;
3. предметным, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

**Личностные результаты** освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, уважения к Отечеству, прошлое и настоящее многонационального народа России; осознание своей этнической принадлежности, знание истории, языка, культуры своего народа, своего края, основ культурного наследия народов России и человечества; усвоение гуманистических, демократических и традиционных ценностей многонационального российского общества; воспитание чувства ответственности и долга перед Родиной;

2) формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанному выбору и построению дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде;

3) формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира;

4) формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции, к истории, культуре, религии, традициям, языкам, ценностям народов России и народов мира; готовности и способности вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания;

5) освоение социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах, включая взрослые и социальные сообщества; участие в школьном самоуправлении и общественной жизни в пределах возрастных компетенций с учетом региональных, этнокультурных, социальных и экономических особенностей;

6) развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам;

7) формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, детьми старшего и младшего возраста, взрослыми в процессе образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности;

8) формирование ценности здорового и безопасного образа жизни; усвоение правил индивидуального и коллективного безопасного поведения в чрезвычайных ситуациях, угрожающих жизни и здоровью людей, правил поведения на транспорте и на дорогах;

9) формирование основ экологической культуры, соответствующей современному уровню экологического мышления, развитие опыта экологически ориентированной рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях;

10) осознание значения семьи в жизни человека и общества, принятие ценности семейной жизни, уважительное и заботливое отношение к членам своей семьи;

11) развитие эстетического сознания через освоение художественного наследия народов России и мира, творческой деятельности эстетического характера.

**Метапредметные результаты** освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;

2) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

3) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;

4) умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;

5) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;

6) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

7) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

8) смысловое чтение;

9) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

10) умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;

11) формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее ИКТ- компетенции); развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами;

12) формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике и профессиональной ориентации.

**Изучение предметной области "Математика и информатика"** должно обеспечить: осознание значения математики и информатики в повседневной жизни человека; формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки; понимание роли информационных процессов в современном мире; формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления; в результате изучения предметной области "Математика и информатика" обучающиеся развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию; получают представление об основных информационных процессах в реальных ситуациях.

**Предметные результаты освоения предмета «Математика»**

**Предметные результаты освоения предмета «Математика» в 9 классе:**

1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления: осознание роли математики в развитии России и мира; возможность привести примеры из отечественной и всемирной истории математических открытий и их авторов;

2) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений:

оперирование понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность, нахождение пересечения, объединения подмножества в простейших ситуациях;

решение сюжетных задач разных типов на все арифметические действия;

применение способа поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;

составление плана решения задачи, выделение этапов ее решения, интерпретация вычислительных результатов в задаче, исследование полученного решения задачи;

нахождение процента от числа, числа по проценту от него, нахождения процентного отношения двух чисел, нахождения процентного снижения или процентного повышения величины;

решение логических задач;

3) развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений:

оперирование понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, иррациональное число;

использование свойства чисел и законов арифметических операций с числами при выполнении вычислений;

использование признаков делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении задач;

выполнение округления чисел в соответствии с правилами;

сравнение чисел;

оценивание значения квадратного корня из положительного целого числа;

4) овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат:

выполнение несложных преобразований для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;

выполнение несложных преобразований целых, дробно рациональных выражений и выражений с квадратными корнями; раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые, использовать формулы сокращенного умножения;

решение линейных и квадратных уравнений и неравенств, уравнений и неравенств, сводящихся к линейным или квадратным, систем уравнений и неравенств, изображение решений неравенств и их систем на числовой прямой;

5) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей:

определение положения точки по ее координатам, координаты точки по ее положению на плоскости;

нахождение по графику значений функции, области определения, множества значений, нулей функции, промежутков знакопостоянства, промежутков возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения функции;

построение графика линейной и квадратичной функций;

использование свойств линейной и квадратичной функций и их графиков при решении задач из других учебных предметов;

6) овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений:

оперирование понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырехугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар; изображение изучаемых фигур от руки и с помощью линейки и циркуля;

выполнение измерения длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;

7) формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач:

оперирование на базовом уровне понятиями: равенство фигур, параллельность и перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция;

проведение доказательств в геометрии; оперирование на базовом уровне понятиями: вектор, сумма векторов, произведение вектора на число, координаты на плоскости;

решение задач на нахождение геометрических величин (длина и расстояние, величина угла, площадь) по образцам или алгоритмам;

8) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений:

формирование представления о статистических характеристиках, вероятности случайного события;

решение простейших комбинаторных задач;

определение основных статистических характеристик числовых наборов;

оценивание и вычисление вероятности события в простейших случаях;

наличие представления о роли практически достоверных и маловероятных событий, о роли закона больших чисел в массовых явлениях;

умение сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;

9) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах:

распознавание верных и неверных высказываний;

оценивание результатов вычислений при решении практических задач;

выполнение сравнения чисел в реальных ситуациях;

использование числовых выражений при решении практических задач и задач из других учебных предметов;

решение практических задач с применением простейших свойств фигур;

выполнение простейших построений и измерений на местности, необходимых в реальной жизни.

1. **Содержание учебного предмета «Математический анализ»**

**8 класс**

**Множества. Действительные числа**

Множества и операции над ними. Бесконечные числовые множества. Рациональные и иррациональные числа.

**Делимость чисел**

Свойства делимости. Признаки делимости. Частное и остаток. Нахождение последней цифры числа. Линейные диофантовы уравнения.

**Функции и их графики**

Функция. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Преобразование графиков функций. Дробно-линейная функция. Понятие об асимптотах. Графики функций, содержащих знак модуля.

**Уравнения**

Исследование квадратных уравнений. Уравнения, решаемые методом замены. Решение некоторых уравнений высших степеней. Дробно-рациональные уравнения. Решение текстовых задач с помощью квадратных и дробно-рациональных уравнений.

Линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

Решение уравнений в целых числах.

Линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения с параметром.

**Неравенства**

Доказательство неравенств по определению. Доказательство неравенств методом «от противного». Доказательство неравенств с помощью неравенства Коши. Доказательство неравенств методом «огрубления». Доказательство неравенств с помощью неравенства Коши-Буняковского. Доказательство неравенств с помощью неравенства Бернулли.

**9 класс**

**Повторение курса математического анализа за 8 класс**

**Целые числа**

Простые числа. Делимость с остатком и без остатка. Алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Линейное представление наибольшего общего делителя. Решение уравнений первой степени в целых числах.

Основная теорема арифметики. Формула Лежандра. Мультипликативные и вполне мультипликативные функции.

**Арифметика остатков**

Сравнения и их свойства. Решение сравнений с одним неизвестным. Классы вычетов. Полная и приведенная система вычетов. Функция Эйлера и ее свойства. Теоремы Ферма, Эйлера. Китайская теорема об остатках.

**Действительные числа**

Системы счисления по различным основаниям. Факториальная система счисления. Фибоначчиева система счисления. Доказательство иррациональности радикалов. Избавление от иррациональности в знаменателе.

Действительные числа. Множество Кантора.

Бесконечные цепные дроби. Теорема Лагранжа. Теоремы Лежандра и Валена о подходящих дробях.

**Целые гауссовы числа**

Определение и классификация. Норма. Теория делимости. Геометрическое представление делимости. Простые целые гауссовы числа. Критерий Гаусса.

1. **Тематическое планирование**

**8 класс**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Тематическое содержание курса | Количество аудиторных часов | Основные виды деятельности |
| 1 | Множества. Действительные числа | 8 | Лекция, практикум по решению задач |
| 2 | Делимость чисел | 8 | Лекция, практикум по решению задач |
| 3 | Функции и их графики | 10 | Лекция, практикум по решению задач |
| 4 | Уравнения | 22 | Лекция, практикум по решению задач |
| 5 | Неравенства | 14 | Лекция, практикум по решению задач |
| 6 | Повторение | 6 | Лекция, практикум по решению задач |
|  | Итого: | 68 |  |

**9 класс**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Тематическое содержание курса | Количество аудиторных часов | Основные виды деятельности |
| 1 | Повторение курса математического анализа за 8 класс | 4 | Лекция, практикум по решению задач |
| 1 | Целые числа | 18 | Лекция, практикум по решению задач |
| 2 | Арифметика остатков | 16 | Лекция, практикум по решению задач |
| 3 | Действительные числа | 16 | Лекция, практикум по решению задач |
| 4 | Целые гауссовы числа | 8 | Лекция, практикум по решению задач |
| 6 | Повторение | 6 | Лекция, практикум по решению задач |
|  | Итого: | 68 |  |

В воспитании обучающихся приоритетом является создание благоприятных условий для приобретения обучающимися опыта осуществления социально значимых дел:

— опыт дел, направленных на заботу о своей семье, родных и близких;

— трудовой опыт, опыт участия в производственной практике;

— опыт дел, направленных на пользу своему родному городу или селу, стране в целом, опыт деятельного выражения собственной гражданской позиции;

— опыт природоохранных дел;

— опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в школе, дома или на улице;

— опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;

— опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения;

— опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;

— опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;

— опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

Выделение данного приоритета связано с особенностями обучающихся юношеского возраста: с их потребностью в жизненном самоопределении, в выборе дальнейшего жизненного пути, который открывается перед ними на пороге самостоятельной взрослой жизни.

**Дополнительные материалы**

**Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательной деятельности**

**Базовыми учебниками учебного курса являются:**

1. Алгебра. 8-й класс. Учебник. Базовый уровень/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. Изд. 16-е, перераб. М.: Просвещение, 2023.
2. Алгебра. 8-й класс. Учебник. Углубленный уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. Изд. 4-е, стер. М.: Просвещение, 2022.
3. Математика. Алгебра. 8-й класс. Учебник. Базовый уровень / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2023.
4. Математика. Алгебра. 8-й класс. Учебник. Углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2023.
5. Алгебра. 9-й класс. Учебник. Углубленный уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. Изд. 4-е, стер. М.: Просвещение, 2022.
6. Математика. Алгебра. 9-й класс. Учебник. Углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2023.
7. Математика. Геометрия. 7—9 классы. Учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2023.
8. Геометрия. 8-й класс. Учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. Изд. 8-е, стер. М.: Просвещение, 2023. Геометрия. 8-й класс. Учебник. Углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2021.
9. Геометрия. 9-й класс. Учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. Изд. 8-е, стер. М.: Просвещение, 2023. Геометрия. 8-й класс. Учебник. Углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2021.
10. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Прасолов В.В. Геометрия. 8-й класс / под ред. В.А.~Садовничего. М.: Просвещение, 2022.
11. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М.: Физматлит, 2007.
12. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М.: Физматлит, 2007.
13. Галицкий M.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре. Учеб. пособие для 8--9-х классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2013.
14. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7--9-е классы. М.: МЦНМО, 2004.
15. Иванов О.А. Практикум по элементарной математике: Алгебро-аналитические методы. Учеб. пособие. М.: МЦНМО, 2001.
16. Кравцев C.В., Макаров Ю.Л., Максимов М.И. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Экзамен, 2001.
17. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. Справочник. М.: Факториал, 1997.
18. Олехник С.Н., Потапов М.К., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справочное пособие. Изд. 3-е, стер. М.: Физматлит, 2003.
19. Сергеев И.Н. Математика: задачи с ответами и решениями. М.: КДУ, 2013.
20. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для старшеклассников и абитуриентов. Ч. 1. М.: МГУ, 2010.
21. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. Ч. 2. М.: МГУ, 2010.

**Развитие у обучающихся компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий**

Технологии, формы организации учебной деятельности, промежуточного и итогового контроля в рамках учебного предмета «Математика» направлены на формирование и развитие у обучающихся спектра компетенций в области использования ИКТ, среди которых особенно выделены навыки:

* поиска и сбора информации из открытых источников, включающих в себя поисковые системы, электронные ресурсы библиотечных фондов (в том числе Библиотеки НИУ ВШЭ), с учётом наиболее эффективных стратегий поиска, сбора и отсеивания информации;
* использования современных мультимедийных средств для выполнения и представления результатов самостоятельной и групповой работы;
* оформления цитирования и библиографического описания используемых в письменных работах источников в соответствии с требованиями ГОСТ и стандартами академической этики.