|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Национальный**  **исследовательский университет**  **«Высшая школа экономики»**  **Лицей** | | | **Приложение 145**  УТВЕРЖДЕНО  педагогическим советом  Лицея НИУ ВШЭ  протокол № 15 от 22.08.2019 |
|  |  | | |

**Рабочая программа учебного предмета (курса)**

**«Математика. Модуль Геометрия»**

**272 часа**

**10-11 класс**

**Автор:**

Хусаинова З.И.

Чистяков Д.С.

1. **Планируемые результаты освоения предмета**

Изучение математики в старшей школе дает возможность учащимся достичь следующих результатов развития:

1. В личностном направлении:

1.1 умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

1.2 умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности;

1.3 владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

1.4 готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

1.5. владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

2. В метапредметном направлении:

2.1 сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2.2 формирование понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;

2.3. способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

2.4. формирование умения принимать решение в условиях неполной и избыточной информации.

3. в предметном направлении:

3.1. сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3.2. иметь представление о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений; понимать роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;

3.3. владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

3.4. сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3.5. умение моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

1. **Содержание учебного предмета**

10 класс

ВВЕДЕНИЕ В СТЕРЕОМЕТРИЮ. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых. Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми. Решение простейших задач на построение в пространстве (проведение через точку прямой, параллельной данной; прямой, скрещивающейся с данной). Число решений задачи на построение.

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой. Решение простейших задач на построение в пространстве (проведение через точку прямой, параллельной данной плоскости, и плоскости, параллельной прямой).

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекции. Теоремы о трех перпендикулярах. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Построение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данной прямой. Построение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данной плоскости.

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью. Угол между прямой и плоскостью. Методы нахождения угла между наклонной и плоскостью. Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Параллельность плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника. Расстояния в пространстве.

РАССТОЯНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.

МНОГОГРАННИКИ

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность. Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлерова характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника. Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. Понятие объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равносоставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

ПРИЗМА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, рёбер, граней, диагоналей у $n$–угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объёмов прямой и наклонной призм (без доказательств). Параллелепипед: наклонный, прямой, прямоугольный. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда (без доказательства). Построение сечений призм и параллелепипедов различными методами.

ПИРАМИДА

Определение пирамиды и её элементов. Количество вершин, рёбер и граней $n$-угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые рёбра которой равны между собой (все боковые ребра образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при рёбрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости её основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, две не соседние грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с рёбрами основания, выходящими из одной данной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Правильная пирамида и её свойства. Апофема правильной пирамиды. Формула вычисления боковой и полной поверхности пирамиды. Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной усеченной пирамиды. Объем пирамиды и формулы его вычисления (без доказательств). Тетраэдр. Об объёме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр. Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания. Формула вычисления объема тетраэдра через длины двух скрещивающихся ребер. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы.

ТРЕХГРАННЫЕ И МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, рёбра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трёхгранный угол. Теорема о плоских углах трёхгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трёхгранного угла.

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 10 КЛАССА

11 класс

ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

Понятие вектора. Действия над векторами. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Понятие базиса в пространстве. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. Координаты вектора. Длина вектора. Векторный метод в стереометрии. Прямоугольная система координат в пространстве. Определения векторного и смешанного произведений, их геометрический смысл. Ориентация упорядоченной тройки некомпланарных векторов. Определение векторного произведения, его следствия. Смешанное произведение трех векторов, геометрический смысл его знака и модуля. Алгебраические свойства смешанного и векторного произведений. Координатная формула векторного произведения. Координатное представление смешанного произведения. Сложные произведения векторов. Тригонометрия триэдра. Теорема Менелая для триэдра. Теорема Чевы для триэдра. Выражение косинуса угла между противоположными ребрами тетраэдра через косинусы и синусы его двугранных углов. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Решение задач с помощью метода координат.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА

Преобразования плоскости и пространства. Центральная симметрия плоскости и пространства. Обратное преобразование. Композиция преобразований. Движения плоскости и пространства. Общие свойства движений. Композиция движений. Общие свойства движений. О движениях первого и второго рода в пространстве. Равенство фигур на плоскости и в пространстве. Свойства центральной симметрии плоскости и пространства. Симметрия относительно прямой. Симметрия относительно плоскости. Симметрия относительно прямой и плоскости в координатной форме. Симметрия относительно плоскости как движение пространства. Свойства симметрии относительно плоскости. Параллельный перенос. Скользящая симметрия. Параллельный перенос в координатах. Свойства параллельного переноса. Поворот вокруг точки. Поворот вокруг оси. Осевая симметрия. Зеркальный поворот. Винтовое движение. Свойства поворота вокруг оси и осевой симметрии. Взаимосвязь различных движений плоскости и пространства. Композиция двух симметрии относительно плоскости. Виды движений пространства. Гомотетия и подобие пространства. Формулы и свойства гомотетии плоскости и пространства. Подобие плоскости и пространства. Разложение подобия в композицию гомотетии и движения. Инверсия плоскости относительно окружности.

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Поверхность вращения. Тело вращения. Цилиндр. Свойства цилиндра. Развертка и площадь поверхности цилиндра. Призмы, вписанные в цилиндр и описанные около цилиндра. Объем цилиндра. Определение конуса и его элементов. Сечения конуса. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка и площадь поверхности конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Усеченный конус. Поверхность усеченного конуса. Объем конуса и усеченного конуса. Шар и сфера. Определение шара, сферы и их элементов. Изображение сферы. Уравнение сферы. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Вписанные и описанные шары и сферы. Площади поверхностей шара и его частей. Объем шара и шарового сегмента. Объем шарового сектора. Объем шарового слоя и шарового кольца. Радикальная плоскость, радикальная ось и радикальный центр. Инверсия пространства относительно сферы.

ОБЪЕМ

Вывод формулы Ньютона–Симпсона. Объем пирамиды и усеченной пирамиды. Вычисление объемов многогранников. Объем клина. Принцип Кавальери. Сущность принципа Кавальери. Нахождение объема шара и шарового сегмента с помощью принципа Кавальери. Объем тора. Объем тела вращения. Лемма о площади поверхности, образованной вращением отрезка. Объем тела вращения треугольника. Объем тела вращения центрально-симметричной фигуры. Эквивалентная замена вращающейся фигуры. Замена оси вращения.

КОМБИНАЦИИ МНОГОГРАННИКОВ И ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Решение задач на комбинации многогранников и тел вращения.

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 10-11 КЛАССОВ И ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

1. **Тематическое планирование**

**10 класс**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Тема** | **Количество часов** | **Контрольные виды деятельности констатирующего типа** |
| 1 | ВВЕДЕНИЕ В СТЕРЕОМЕТРИЮ. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ | 16 | К.Р.№1 |
| 2 | ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ | 9 | К.Р.№2 |
| 3 | ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ | 9 | К.Р.№3 |
| 4 | УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ | 9 | К.Р.№4 |
| 5 | ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ | 8 | К.Р.№5 |
| 6 | УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ | 9 | К.Р.№6 |
| 7 | РАССТОЯНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ | 9 | К.Р.№7 |
| 8 | МНОГОГРАННИКИ | 8 | К.Р.№8 |
| 9 | ПРИЗМА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД | 17 | К.Р.№9 |
| 10 | ПИРАМИДА | 17 | К.Р.№10 |
| 11 | ТРЕХГРАННЫЕ И МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ | 6 | К.Р.№11 |
| 12 | ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 10 КЛАССА | 19 |  |
|  | **Итого** | **136** |  |

**11 класс**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Тема** | **Количество часов** | **Контрольные виды деятельности констатирующего типа** |
| 1 | ВЕКТОРЫ. И | 17 | К.Р.№1 |
| 2 | КООРДИНАТЫЙ МЕТОД В ПРОСТРАНСТВЕ | 17 | К.Р.№2 |
| 3 | ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА | 20 | К.Р.№3 |
| 4 | ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ | 22 | К.Р.№4 |
| 5 | ОБЪЕМ | 20 | К.Р.№5 |
| 6 | КОМБИНАЦИИ МНОГОГРАННИКОВ И ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ | 12 | К.Р.№6 |
| 7 | ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 10-11 КЛАССОВ И ПОДГОТОВКА К ЕГЭ | 28 |  |
|  | **Итого** | **136** |  |

**Дополнительные материалы**

**Учебно-методическое обеспечение образовательной деятельности**

Учебно-методический комплект учащихся:

1. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия (углубленный уровень). 10 класс. — М.: Дрофа.
2. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия (углубленный уровень). 11 класс. — М.: Дрофа.

Дополнительные пособия:

1. Гордин Р. К. ЕГЭ 2018. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень). — М.: МЦНМО, 2018.
2. Понарин Я.П. Элементарная геометрия. Стереометрия. Преобразования пространства. М.: МЦНМО, 2015.
3. Прасолов В. В. Задачи по стереометрии. М.: МЦНМО, 2016.
4. Прасолов В.В., Шарыгин И. Ф. Задачи по стереометрии. М.: Наука, 1989.
5. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов. Геометрия: учебник для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений / М.: Просвещение, 2010.
6. Б.Г. Зив Дидактические материалы по геометрии для 11 кл. / М.: Просвещение, 2008(электронный ресурс).
7. Б.Г. Зив и др. Задачи по геометрии для 7 – 11 классов / М.: Просвещение, 1991.
8. Е.М. Рабинович Задачи и упражнения на готовых чертежах. Геометрия / М.: Илекса, 2001.
9. А.П. Иванов. Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие / М.: Физматкнига, 2008.
10. А.А. Быков. Тематические тесты по математике для учащихся 10-х классов / Издательский дом ГУ ВШЭ, 2006